

Paradigmes de programmation

Cours 3 : Pile et tas

Benoît Montagu — benoit.montagu@inria.fr

Préparation à l'agrégation d'informatique — Automne 2022



Plan du cours

Au programme aujourd'hui :

- ▶ Pile et tas
- ▶ Appels et retours de fonction
- ▶ Passages de paramètres
- ▶ Quelques éléments d'allocation mémoire
- ▶ Appels terminaux

Pour introduire simplement ces concepts :

- ▶ Un petit langage de programmation, très simple : MINI
- ▶ Une machine abstraite avec pile et tas explicite

1/30

MINI : un petit langage de programmation

Le langage MINI : un petit langage impératif

Un petit langage « *while* » avec références et appels de fonctions :

$b ::= \mathbf{true} \mid \mathbf{false}$	(Booléens)
$n ::= \dots \mid -1 \mid 0 \mid 1 \mid \dots$	(Entiers)
$\ell ::= \ell_1 \mid \ell_2 \mid \dots$	(Adresses)
$v ::= () \mid b \mid n \mid \ell$	(Valeurs)
$i ::= x \mid v$	(Immédiats)
$a ::= i \mid i \boxplus i$ $\mathbf{ref} \ i \mid !i \mid i := i$ $f(i, \dots, i)$	(Termes atomiques)
$cmd ::= a$ $x = a$ $\mathbf{if} \ i \ \mathbf{then} \ \{ cmds \} \ \mathbf{else} \ \{ cmds \}$ $\mathbf{while} \ i \ \{ cmds \}$	(Commandes)
$cmds ::= cmd^+$	(Séquences de commandes)
$decl ::= \mathbf{fun} \ f(x, \dots, x) = \{ cmds \}$	(Déclarations de fonction)
$p ::= decl^+$	(Programmes)

2/30

Exemples de programme MINI (1)

```
fun fact_while(n) = {
  i = 1;
  r = 1;
  b = i < n;
  while b {
    i = i + 1;
    r = r * i;
    b = i < n
  };
  r
}

fun main() = {
  fact_while(5)
}
```

- ▶ Un programme *impératif* classique
- ▶ Les variables sont mutables

3/30

Exemples de programme MINI (2)

```
fun fact(n) = {
  b = n <= 0;
  if b
  then 1
  else {
    n1 = n - 1;
    p = fact(n1);
    n * p
  }
}

fun main () = {
  fact(5)
}
```

- ▶ Un programme *récurif* classique
- ▶ Ici aussi : les variables sont mutables mais elles ne sont écrites qu'une fois
- ▶ Car de nouvelles variables sont créées à chaque nouvel appel

3/30

Exemples de programme MINI (3)

```
fun swap(r1, r2) = {
  v1 = !r1;
  v2 = !r2;
  r1 := v2;
  r2 := v1
}

fun main() = {
  x1 = ref 1;
  x2 = ref 2;
  swap(x1, x2);
  !x1
}
```

- ▶ Un autre programme impératif classique
- ▶ Un programme qui *alloue* des références...
... les modifie
... et les déréférence

3/30

De quoi a-t-on besoin pour évaluer les programmes MINI ?

Pour MINI, on choisit *expressément* un modèle simple

- ? Quel est le code courant ?
 - ▶ Quel code est-on en train d'exécuter au sein de la fonction courante?
 - ☞ Le code est une **liste de commandes** *cmds*
- ? Quelles sont les valeurs des variables courantes ?
 - ▶ On parle des variables relatives à l'exécution de la fonction courante
 - ☞ On utilise un **environnement** local : c-à-d une map finie E : variables \rightarrow valeurs
- ? Que doit-on faire une fois que la fonction courante a terminé ?
 - ▶ Quelles fonctions étaient « en cours d'exécution » jusqu'ici ? (appels imbriqués)
 - ▶ Que doit-on faire du résultat calculé par la fonction courante ?
 - ☞ On utilise une **pile**
C-à-d une liste π des actions à effectuer *par la suite*
C'est ce qui est usuellement appelé la « pile d'appels »
- ? Vers quelles valeurs pointent les références ?
 - ☞ On utilise une **mémoire** globale
C-à-d une map finie μ : adresses \rightarrow valeurs
C'est ce qui est usuellement appelé « tas »

4/30

Une machine abstraite pour évaluer les programmes MINI

- ▶ Un programme transforme une configuration en une autre :

$conf ::= (cmds, E, \pi, \mu)$ (Configuration)
 $E ::= \cdot \mid E[x \mapsto v]$ (Environnement)
 $\pi ::= \cdot \mid f : \pi$ (Pile d'appels)
 $f ::= (x, cmds, E) \mid (_, cmds, E)$ (Trame de pile)
 $\mu ::= \cdot \mid \mu[\ell \mapsto v]$ (Mémoire)

- ▶ On va définir une relation d'évaluation *pas à pas* entre configurations :

$conf_1 \rightarrow conf_2$ se lit : « $conf_1$ se réduit en $conf_2$ »

- ❗ Vocabulaire : sémantique opérationnelle à petits pas

- ▶ Configuration initiale : $([main()], \cdot, \cdot, \cdot)$ (appel à la fonction *main*)
- ▶ Configuration finale : $([v], E, \cdot, \mu)$ (valeur obtenue, plus rien à faire ensuite)
- ▶ Un modèle simple :

- ▶ Pas de pointeur vers la pile
- ▶ Pas de registres
- ▶ Pile et tas sont disjoints
- ▶ Pile et tas sont structurés
- ▶ Références allouées dans le tas
- ▶ Variables locales allouées dans la pile

5/30

Évaluation « pas à pas » de la machine abstraite (1)

Évaluation des immédiats : $\llbracket i \rrbracket_E = \begin{cases} v & \text{si } i = v \\ E(x) & \text{si } i = x \end{cases}$

Conditionnelles :

$(\text{if } i \text{ then } \{ cmds_1 \} \text{ else } \{ cmds_2 \} :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (cmds_1 ++ cmds, E, \pi, \mu)$
 si $\llbracket i \rrbracket_E = \text{true}$
 $(\text{if } i \text{ then } \{ cmds_1 \} \text{ else } \{ cmds_2 \} :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (cmds_2 ++ cmds, E, \pi, \mu)$
 si $\llbracket i \rrbracket_E = \text{false}$

Boucles :

$(\text{while } i \{ cmds' \} :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (cmds' ++ \text{while } i \{ cmds' \} :: cmds, E, \pi, \mu)$
 si $\llbracket i \rrbracket_E = \text{true}$
 $(\text{while } i \{ cmds' \} :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (() :: cmds, E, \pi, \mu)$
 si $\llbracket i \rrbracket_E = \text{false}$

6/30

Évaluation « pas à pas » de la machine abstraite (2)

Production de valeurs :

$(i :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (cmds, E, \pi, \mu)$ si $\llbracket i \rrbracket_E = ()$ et $cmds \neq []$
 $(i_1 \boxplus i_2 :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (\llbracket i_1 \rrbracket_E \boxplus \llbracket i_2 \rrbracket_E :: cmds, E, \pi, \mu)$
 $(\text{ref } i :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (\ell :: cmds, E, \pi, \mu[\ell \mapsto \llbracket i \rrbracket_E])$ avec $\ell \notin \text{dom } \mu$
 $(!i :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (\mu(\ell) :: cmds, E, \pi, \mu)$ avec $\llbracket i \rrbracket_E = \ell$
 $(i_1 := i_2 :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (() :: cmds, E, \pi, \mu[\ell \mapsto \llbracket i_2 \rrbracket_E])$ avec $\llbracket i_1 \rrbracket_E = \ell$

7/30

Évaluation « pas à pas » de la machine abstraite (3)

Assignations :

$(x = i :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (() :: cmds, E[x \mapsto \llbracket i \rrbracket_E], \pi, \mu)$
 $(x = i_1 \boxplus i_2 :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (() :: cmds, E[x \mapsto \llbracket i_1 \rrbracket_E \boxplus \llbracket i_2 \rrbracket_E], \pi, \mu)$
 $(x = \text{ref } i :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (() :: cmds, E[x \mapsto \ell], \pi, \mu[\ell \mapsto \llbracket i \rrbracket_E])$ avec $\ell \notin \text{dom } \mu$
 $(x = !i :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (() :: cmds, E[x \mapsto \mu(\ell)], \pi, \mu)$ avec $\llbracket i \rrbracket_E = \ell$
 $(x = i_1 := i_2 :: cmds, E, \pi, \mu) \rightarrow (() :: cmds, E[x \mapsto ()], \pi, \mu[\ell \mapsto \llbracket i_2 \rrbracket_E])$ avec $\llbracket i_1 \rrbracket_E = \ell$

8/30

Évaluation « pas à pas » de la machine abstraite (4)

Appels de fonctions :

Étant donné une déclaration : $\text{fun } f(x_1, \dots, x_n) = \{ \text{cmds}' \}$

$$(x = f(i_1, \dots, i_n) :: \text{cmds}, E, \pi, \mu) \rightarrow (\text{cmds}', E', (x, \text{cmds}, E) : \pi, \mu)$$

$$(f(i_1, \dots, i_n) :: \text{cmds}, E, \pi, \mu) \rightarrow (\text{cmds}', E', (_, \text{cmds}, E) : \pi, \mu)$$

$$\text{où } E' = [x_1 \mapsto \llbracket i_1 \rrbracket_E, \dots, x_n \mapsto \llbracket i_n \rrbracket_E]$$

📌 Vocabulaire :

- ▶ Les x_k sont les **paramètres formels** de f (*formal parameters*)
- ▶ Les i_k sont les **paramètres réels** de f (*actual parameters*)
- ▶ **Appel par valeur** : les paramètres sont évalués avant l'appel
- ▶ **Passage de paramètres par copie** : les valeurs des paramètres sont copiées pour utilisation par l'appelé

Retours de fonctions :

$$(\llbracket v \rrbracket, E, (x, \text{cmds}, E') : \pi, \mu) \rightarrow ((), :: \text{cmds}, E' [x \mapsto v], \pi, \mu)$$

$$(\llbracket v \rrbracket, E, (_, \text{cmds}, E') : \pi, \mu) \rightarrow (v :: \text{cmds}, E', \pi, \mu)$$

9/30

Exemples

- ▶ Implémentation de MINI en OCaml : lexer/parser + machine abstraite
- ▶ Code source disponible, bientôt sur #prog
- ▶ Programme `swap.mini`
`$ dune exec -- ./cli.exe programs/swap.mini --interactive`
- ▶ Programme `mc91.mini`
`$ dune exec -- ./cli.exe programs/mc91.mini --interactive`
- ▶ Exercice pour chez vous :
 - ▶ Quelle serait une spécification pour `mc91` ?
 - ▶ Preuve de correction ?
 - ▶ Preuve de terminaison ?

10/30

Passage de paramètres

Passages de paramètres (1)

En MINI, comme dans les 3 langages au programme (C, OCaml, Python) :

- ▶ Les paramètres des fonctions sont évalués *avant* l'appel de fonction
 - 📌 C'est ce qu'on appelle « l'appel par valeur »
- ▶ Les paramètres des fonctions sont passés par copie
 - ⚠ La copie est superficielle (on ne traverse pas les pointeurs)

En C :

- ▶ Si vous passez des **struct** en paramètres ils seront *copiés*
Cela peut coûter cher si le **struct** est de grande taille
Le style idiomatique en C est de passer un *pointeur* vers un **struct**
- ▶ Les pointeurs vers **struct** sont tellement courants en C qu'une syntaxe spéciale est introduite :
pour `struct { int f } *p`, on peut écrire `p->f` à la place de `(*p).f`

📌 Que fait ce code ?

```
void swap(int a, int b) {  
    int tmp = b; b = a; a = tmp;  
}
```

11/30

Passages de paramètres (2)

En Python :

- ▶ Ici encore : passage par copie
- ▶ Un objet est une « référence » : le « contenu » de l'objet n'est pas copié

```
1 class Stack:
2     def __init__(self):
3         self.value = []
4
5     def push(self, v):
6         self.value.append(v)
7
8     def get(self):
9         return self.value
10
11
12 def push_twice(stack, v):
13     stack.push(v)
14     stack.push(v)
15
16
17 s = Stack()
18 s.push(42)
19 push_twice(s, 0)
20 print(s.get())
21 # quelle liste est affichée ?
```

12/30

Passages de paramètres (3)

En OCaml :

- ▶ Ici encore, passage par copie
- ▶ En pratique, le compilateur utilise une représentation uniforme des données : une valeur est représentée soit par un entier machine soit par un pointeur vers un bloc mémoire (vers le tas)

```
1 type stack = {
2     value: int list ref
3 }
4
5 let init () = { value = ref [] }
6
7 let get s = !(s.value)
8
9 let push stack v =
10     stack.value :=
11         v :: !(stack.value)
12
13 let push_twice stack v =
14     push stack v;
15     push stack v
16
17 let l =
18     let s = init () in
19     push s 42;
20     push_twice s 0;
21     get s
22 (* quel est le résultat ? *)
```

13/30

MINI : une simplification des machines réelles

Comparaison d'un état de MINI avec une machine réelle (1)

Code

- ▶ MINI : liste de commandes
- ▶ Machine réelle :
 - ▶ un pointeur vers l'instruction courante
 - ▶ code enregistré en mémoire, dans le segment `text` (*read-only*)
 - ▶ le pointeur de code est enregistré dans un *registre* (`pc`, ou `ip` suivant les architectures)

14/30

Comparaison d'un état de MINI avec une machine réelle (2)

Variables locales :

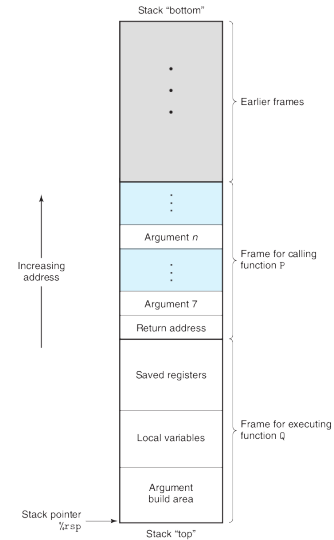
- ▶ En MINI : environnement
- ▶ Machine réelle :
 - ▶ Données en registres
 - ▶ Données enregistrées dans la trame de pile courante (si besoin) (c'est la trame de pile située au sommet de la pile)

14/30

Comparaison d'un état de MINI avec une machine réelle (3)

Pile :

- ▶ MINI : liste de trames contenant variable de retour, environnement à restaurer, et code à restaurer
- ▶ Machine réelle :
 - ▶ La liste de trames est en mémoire : les trames les unes à côté des autres
 - ▶ Chaque trame contient :
 - ▶ les variables et données locales
 - ▶ les registres à restaurer
 - ▶ les arguments passés à la fonction courante
 - ▶ le pointeur de code à restaurer
 - ▶ et parfois : un « *canari* » (contre-mesure de sécurité)
 - ▶ Deux registres délimitent la trame courante (frame pointer et stack pointer)
 - ▶ Le contenu exact dépend de la *convention d'appel* de l'architecture, et du compilateur utilisé



14/30

Source : Computer Systems : A Programmer's Perspective (§3.71, Fig. 3.25)

Comparaison d'un état de MINI avec une machine réelle (4)

Tas :

- ▶ MINI : mémoire (map adresses → valeurs)
- ▶ Machine réelle :
 - ▶ Les adresses sont des entiers
 - ▶ Valeurs enregistrées en mémoire sous forme binaire
 - ▶ Tas et pile sont dans la même mémoire
 - Adresses basses : tas
 - Adresses hautes : pile
 - ▶ ⚠ Il faut se prémunir contre les chevauchements entre tas et pile
 - ▶ En général : l'OS préalloue l'espace pour la pile, et ajoute une « page de garde » juste avant

Point culturel : « *capability machines* »

- ▶ pointeur ≠ entier
- ▶ Impossibilité de « forger » des pointeurs
- ▶ Encore un sujet de recherche actif
- ▶ Architecture bientôt disponible ? (exemple : ARM-Morello/CHERI)

14/30

Pile : quelques informations supplémentaires

- ▶ Les constituants de la pile sont appelés : « stack frame » ou « activation record » ou « trame de pile »
- ▶ La trame la plus récente est appelée trame « courante »
 - ▶ Elle est au sommet de la pile
 - ▶ Elle est utilisée par la fonction qui est *en train* de s'exécuter
- ▶ Dans beaucoup de langages de programmation :
 - ▶ La fonction courante n'a accès qu'à la trame courante
 - ▶ Elle ne peut ni lire ni écrire dans les trames parentes
- ▶ En C : c'est possible, via un pointeur vers la pile parente

```
1 void f(int *p) {
2     *p = 0;
3 }
4
5 int main() {
6     int x = 42; // x est alloué dans la pile de `main`
7     f(&x);     // puis modifié par l'exécution de `f`
8     return x;
9 }
```

15/30

Allocation de mémoire

Allocation : pile ou tas?

Que contiennent pile et tas, pour les langages de programmation au programme?

	Pile ¹	Tas
MINI	variable locales, paramètres	références
Python	variables locales, paramètres ²	strings, objets, listes...
OCaml	variables locales, paramètres ²	strings, clôtures, listes, objets, enregistrements, références...
C	variables locales, paramètres ³	tout ce qui est créé par des appels à <code>malloc/calloc</code>

Et **toujours**, dans la pile : infos sur quoi faire au retour de la fonction courante (`pc/sp` de l'appelant, adresse pour la valeur à retourner, registres à restaurer...)

1. Ou dans les registres, si la place le permet
2. Généralement : ce qui peut tenir dans un registre (entiers, booléens, pointeurs...)
3. Tout ce qui est déclaré comme variable locale (y compris **struct**, **union**, tableaux...)

16/30

Exemples

```
En C :
struct pair {
    int fst;
    int snd;
};

int f() {
    struct pair p;
    // le contenu de `p` est
    // alloué en pile
    p.fst = 17;
    p.snd = 25;
    int sum = p.fst + p.snd;
    // l'entier `sum` est
    // alloué en pile
    return sum;
}
```

```
En OCaml :
type pair = {
    fst: int;
    snd: int;
};

let f () =
    (* le contenu de `p` est
    alloué dans le tas *)
    { fst = 17;
      snd = 25 } in
    let sum = p.fst + p.snd in
    (* l'entier `sum` est
    alloué en pile *)
    sum
```

(On suppose ici qu'aucune optimisation n'est effectuée)

17/30

Allocation : pile ou tas? Avantages et inconvénients

- ▶ En Python et OCaml, vous n'avez pas le choix
La mémoire (allocation/libération) est gérée automatiquement
- ▶ En C, vous pouvez choisir
 - ▶ Allocation en pile : par déclaration de variables locales
 - ⓘ Aussi appelée « allocation statique »
 - ⊕ Libération automatique (au retour des fonctions)
 - ⊕ Allocation/libération : peu coûteux en temps (il suffit de modifier `sp`)
 - ⊖ La taille de la pile est limitée (et **beaucoup** plus petite que le tas¹)
 - ⊖ Tous les motifs de programmation ne se prêtent pas à une discipline d'allocation/libération qui soit *bien parenthésée*
 - ▶ Allocation dans le tas : par appels à `malloc/calloc`
 - ⓘ Aussi appelée « allocation dynamique »
 - ⊕ La taille du tas est généralement grande²
 - ⊕ Offre plus de liberté dans le style de programmation
 - ⊖ Libération explicite de la mémoire (`free`) : difficile, source d'erreurs
 - ⊖ Allocation/libération : plus coûteux en temps (utilisation d'un allocateur mémoire)

1. Taille maximale de `stack` sous Linux : `ulimit -s` Sur ma machine : 8192 kbytes
2. Taille maximale de `data` sous Linux : `ulimit -d` Sur ma machine : « unlimited »

18/30

Appels terminaux et consommation de pile

Appels terminaux

Exemples en MINI :

```
fun g(z) = { z * 2 }
```

```
fun f(x) = { y = x + 1; g(y) (* appel terminal *) }
```

```
fun main() = { f(20) (* un autre appel terminal *) }
```

```
$ # Exécutons pas à pas ce programme, avec la commande suivante:  
$ dune exec -- ./cli.exe programs/tailcalls.mini --interactive  
...  
Main function: main  
Result: 42  
Maximum stack size: 3  
Number of evaluation steps: 9
```

19/30

Optimisation d'appels terminaux pour la machine MINI

On ajoute un cas particulier à la relation de réduction lorsque l'appel de fonction est la « dernière chose à faire pour la trame courante »

Étant donné une déclaration : $\text{fun } f(x_1, \dots, x_n) = \{ \text{cmds}' \}$

$$([f(i_1, \dots, i_n)], E, \pi, \mu) \rightarrow (\text{cmds}', E', \pi, \mu) \\ \text{où } E' = [x_1 \mapsto \llbracket i_1 \rrbracket_E, \dots, x_n \mapsto \llbracket i_n \rrbracket_E]$$

Remarque : dans la commande $x = f(i_1, \dots, i_n)$, l'appel à f n'est pas terminal

20/30

Appels terminaux, avec machine abstraite optimisée

Les mêmes exemples en MINI :

```
fun g(z) = { z * 2 }
```

```
fun f(x) = { y = x + 1; g(y) (* appel terminal *) }
```

```
fun main() = { f(20) (* un autre appel terminal *) }
```

```
$ # Exécutons ce programme avec l'optimisation d'appels terminaux:  
$ dune exec -- ./cli.exe programs/tailcalls.mini --tailcalls  
...  
Main function: main  
Result: 42  
Maximum stack size: 0  
Number of evaluation steps: 6
```

👍 Cette fois, aucun espace de pile n'est consommé

📌 Cela fonctionne aussi avec des fonctions récursives!

21/30

Appels terminaux en Python

En Python, les appels terminaux ne sont pas optimisés : ils consomment de la pile

```
>>> def loop(x, acc):
...     if (x <= 0):
...         return acc
...     return loop(x-1, acc+1)
...
>>> loop(997, 0)
997
>>> loop(998, 0)
Traceback (most recent call last):
  File "<stdin>", line 1, in <module>
  File "<stdin>", line 4, in loop
  File "<stdin>", line 4, in loop
  File "<stdin>", line 4, in loop
  File "<stdin>", line 4, in loop
[Previous line repeated 995 more times]
  File "<stdin>", line 2, in loop
RecursionError: maximum recursion depth exceeded in comparison
```

22/30

Appels terminaux en OCaml

En OCaml, les appels terminaux sont optimisés presque tout le temps

X. Leroy (discuss.ocaml.org, Octobre 2021) :

“

If there are many arguments to the call and they don't all fit in the processor registers reserved for argument passing, the remaining arguments are put on the stack, and a regular, non-tail call is performed. This limitation had been with us since day 1 of OCaml.

”

Dans le même message, décrivant une correction pour la version 4.14 d'OCaml :

“

Once the registers available for passing function arguments are exhausted, the next 64 arguments are passed in a memory area that is part of the domain state. This argument passing is compatible with tail calls, so we get guaranteed tail calls up to 70 arguments at least. [...] Enjoy your 70-arguments tail calls!

”

23/30

Appels terminaux en OCaml

```
(* Factorielle: version réursive, non terminale *)
let rec fact n =
  if n <= 0
  then 1
  else n * fact (n-1)

(* Factorielle: version réursive, non terminale *)
let fact_tailrec =
  let rec aux acc n = (* `acc' est un accumulateur *)
    if n <= 0
    then acc
    else aux (n * acc) (n - 1)
  in
  aux 1
```

Exercice : démontrer que `fact` et `fact_tailrec` calculent les mêmes résultats

❓ Quel lemme auxiliaire est nécessaire ?

❓ Quelles propriétés de la multiplication sont nécessaires ?

24/30

Appels terminaux en C

En C, les appels terminaux *peuvent* être optimisés : cela dépend du compilateur, et du niveau d'optimisation choisi

```
#include <stdio.h>
```

```
// When compiled with -O2, tail-call optimization is performed
int loop(int x, int acc) {
  if (x <= 0) { return acc; }
  else { return loop(x-1, acc+1); }
}
```

```
int main() {
  int result = loop(500000, 0);
  printf("result = %d\n", result);
  return 0;
}
```

Pour en être certain, mieux vaut regarder le code assembleur produit !

```
$ gcc -std=c99 -S -O2 tailcall.c -o tailcall.S
```

25/30

Éléments pour raisonner sur la consommation de pile : en Python/OCaml

Comment déterminer la consommation de pile asymptotique dans le pire cas ?

- ▶ Python : sémantique peu claire pour ce genre d'analyse...
De plus : la pile est celle de l'interpréteur, pas celle de la machine (le code est interprété : pas compilé)
- ▶ OCaml :
 - ▶ En 1^{re} approximation : la taille des trames est proportionnelle au nombre de variables locales d'une fonction
 - ▶ Elle dépend du code et du compilateur
 - ▶ Elle ne dépend pas des valeurs des arguments des fonctions
 - ▶ Il suffit donc de compter le nombre d'appels de fonction qui sont imbriqués et non-terminaux pour avoir une approximation en $O(\cdot)$
- ▶ Si on insiste pour Python :
 - ▶ Faire comme en OCaml, en comptant cette fois les appels terminaux
- ▶ Dans tous les cas : si le sujet ne le précise pas, **rappelez explicitement ce que vous comptez**

26/30

Éléments pour raisonner sur la consommation de pile : en C

- ▶ **Problème** : à cause de l'allocation dans la pile, la taille des trames de pile peut dépendre des valeurs des arguments!

```
int f(int n) {  
    int t[n]; // un tableau de taille `n` est alloué en pile  
    ...      // `t` est un VLA: Variable-Length Array  
}
```
- ▶ **i** Le support des VLAs est optionnel en C11
- ▶ Si le code n'utilise pas ce motif, alors la taille des frames ne dépend pas des arguments, et il suffit de compter les appels de fonctions imbriqués
- ▶ Mon conseil : *considérez* par défaut que les appels terminaux ne sont *pas* optimisés en C
- ▶ Dans tous les cas : si le sujet ne le précise pas, **rappelez explicitement ce que vous comptez**

27/30

Éléments pour raisonner sur la consommation de tas

- ▶ Python :
 - ▶ Taille des strings créées
 - ▶ Tuples, listes, ensembles, objets
 - ▶ **⚠** La taille des listes/tableaux/strings peut dépendre de la valeur des paramètres
 - ▶ **⚠** Taille des entiers calculés (ils sont en précision arbitraire!)
- ▶ OCaml :
 - ▶ Taille des strings créées
 - ▶ Tuples, variants (constructeurs), records, objets, clôtures, **lazy**
 - ▶ **⚠** La taille des listes/tableaux/strings peut dépendre de la valeur des paramètres
- ▶ C :
 - ▶ Appels à **malloc/calloc**
 - ▶ **⚠** L'argument peut dépendre de la valeur des paramètres

28/30

Conclusion

Pour aller plus loin (1)



Randal E. BRYANT et David R. O'HALLARON (fév. 2018). Computer Systems: A Programmer's Perspective, Global Edition. Pearson. 1120 p. ISBN : 1292101768

Chapitre 3 : Machine-Level Representation of Programs

- ▶ Section 7 (Procedures) : explications détaillées de gestion de la pile pour architecture x86-64
- ▶ Autres sections : beaucoup d'autres explications sur comment représenter des types et des structures de contrôle de C en machine

29/30

Pour aller plus loin (2)



Michael SCOTT (déc. 2015). Programming Language Pragmatics. Fourth Edition. San Francisco, CA : Morgan Kaufmann Pub. 992 p. ISBN : 9780124104099

Chapitre 8 : Subroutines and Control Abstraction

- ▶ Autres modes de passage de paramètres, pour d'autres langages
- ▶ Éléments de réponse pour implémenter les exceptions, les coroutines

29/30

Pour aller plus loin (3)



Sylvain CONCHON et Jean-Christophe FILLIÂTRE (sept. 2014). Apprendre à programmer avec OCaml: Algorithmes et structures de données. ADIZES INST. 444 p. ISBN : 2212136781

Chapitre 3 : Approfondir les concepts d'OCaml

- ▶ Section 2 (Modèle d'exécution) : en particulier, représentation des données (représentation uniforme)

29/30

Conclusion

- ▶ Un modèle d'exécution simple pour un petit langage (MINI)
 - ▶ Une pile pour gérer les appels de fonction
 - ▶ Un tas pour enregistrer les valeurs des références
- ▶ Lien entre ce modèle et une machine réelle
- ▶ Utilisation de la pile et du tas pour les langages au programme
- ▶ Quelques remarques pour raisonner sur la consommation de mémoire
- ▶ Retrouvez le code de l'interpréteur MINI sur **Discord**

Cet après-midi :

Programmation fonctionnelle

30/30