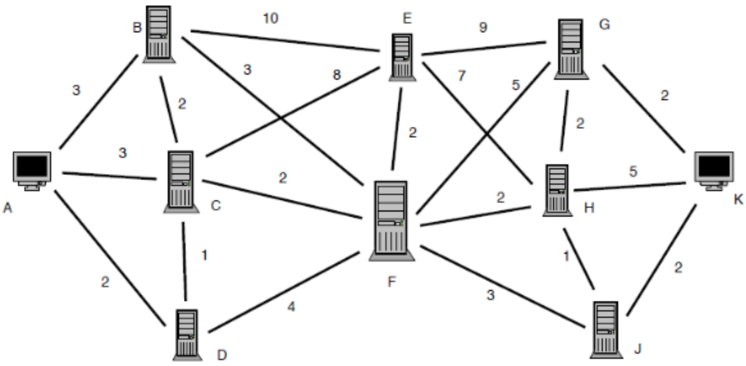
Algorithmique des graphes TD5

1. Application des algorithmes de Prim et Kruskal

On considère le graphe représenté ci-dessous.

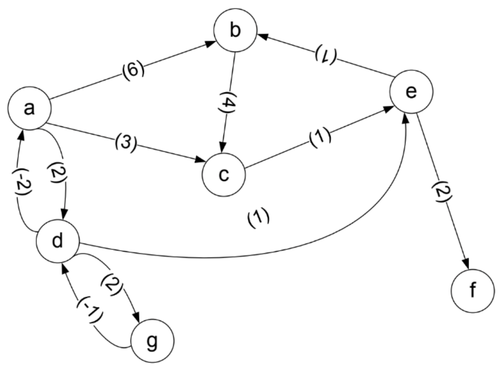


1.1 Utiliser l'algorithme de Kruskal puis l'algorithme de Prim en partant du sommet A. L'arbre couvrant de poids minimum est-il unique ?

1.2 L'arbre obtenu à la question précédente fournit un unique chemin du sommet A vers tout autre sommet. Ces chemins sont-ils les plus courts chemins ?

2. Application des algorithmes de Bellman et de Ford

Appliquer l'algorithme de Bellman-Ford au graphe ci-dessous en partant de a.



3. Système caractéristique

On considère le graphe défini par la matrice d'incidence des arcs donnée dans le tableau 1. Ce graphe est valué mais un accident a fait disparaître presque toutes les informations sur les valeurs des arcs. On sait seulement que :

- Toutes les valeurs sont entières non négatives.
- La valeur de l'arc (e, d) est égale à 5.
- Les valeurs minimales $\lambda(i)$ des chemins de a à i, calculées en additionnant les valeurs des arcs, sont données dans le tableau 2.
- Dans l'arborescence des chemins de valeur minimale issus de a, on a $pred(h) = g$, $pred(g) = b$. Cette arborescence est unique.

	a	b	c	d	e	f	g	h
a		x	x		x	x		
b			x			x	x	
c				x			x	
d								x
e			x	x		x		
f				x			x	
g								x
h								

Tableau 1 : matrice d'incidence

sommet	a	b	c	d	e	f	g	h
λ	0	8	7	15	10	3	13	20

Tableau 2 : valeurs minimales des chemins

3.1 Utiliser le tri topologique pour dessiner le graphe.

3.2 Déterminer l'arborescence des chemins de valeur minimale issus de a (en particulier la valeur des arcs appartenant à cette arborescence), ainsi qu'un minorant de la valeur des arcs n'appartenant pas à l'arborescence.