

ALG TD Programmation linéaire

Exercice 1 (Résolution et modélisation des programmes linéaires)

Résoudre les programmes linéaires ci-dessous par l'approche graphique et l'algorithme du simplexe (forme tableau) puis comparer et analyser les résultats obtenus.

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser } z = & 5x_1 + 8x_2 \\
 \text{s. c.} & x_1 + x_2 \leq 2 \\
 & x_1 - 2x_2 \leq 0 \\
 & -x_1 + 4x_2 \leq 1 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \text{Minimiser } z = & -2x_1 - x_2 \\
 \text{s. c.} & 4x_1 + 2x_2 \leq 8 \\
 & x_2 \leq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximiser } z = & x_1 + 2x_2 \\
 \text{s. c.} & x_1 - x_2 \geq -2 \\
 & x_2 \leq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$

Exercice 2 (Partition équilibrée ou le parking optimal)

M. Edmons habite au 1, rue "Dantzig" sur laquelle les voitures peuvent se garer de deux cotés. Pour son anniversaire, il a invité ses amis qui viendront avec k voitures. La longueur de la i^e voiture est notée λ_i .

Pour ne pas déranger ses voisins, M. Edmons souhaite organiser le parking des voitures de ses amis des deux cotés de la rue de manière à minimiser la longueur du coté le plus long.

1. Donner le programme linéaire associé à ce problème (sans le résoudre)
2. Quelles contraintes faut-il ajouter au programme précédent pour modéliser les situations suivantes:
 - (a) La longueur du coté pair ne doit pas dépasser 20 mètres.
 - (b) Les voitures d'une longueur supérieure à 4 mètres doivent être garées du coté impair.

Exercice 3 (Fret)

Un avion cargo possède trois compartiments pour le chargement de fret : un à l'avant, un au centre et un dernier à l'arrière. Les limites de capacité en poids et en volume sont résumées dans le tableau suivant :

Compartiment	poids (t)	volume (m^3)
Avant	12	1000
Centre	18	1300
Arrière	10	700

Pour des raisons de stabilité de l'avion en vol, le chargement doit être équilibré dans chaque compartiment, c'est-à-dire que, pour les trois compartiments, le chargement doit représenter la même proportion, en poids, de la limite de charge. L'avion a la possibilité de charger les quatre frets suivant :

Fret	poids (t)	volume (m^3/t)	bénéfice (euro/t)
1	20	70	220
2	16	100	280
3	25	85	250
4	13	60	200

On peut prendre n'importe quelle portion de ces frets. En d'autres termes, on peut choisir de ne pas transporter l'intégralité d'un fret.

1. Écrire le problème qui consiste à trouver un chargement de cet avion qui maximise le bénéfice sous forme d'un programme linéaire.
2. Comment faire lorsque chaque type de fret est composé de palettes de 500 kg ?