

Exercice 1 :

Les points cols d'un tableau à deux dimensions sont les éléments du tableau qui sont minimum sur leur ligne et maximum sur leur colonne. Par exemple, pour le tableau $\text{tab} = \{\{1, 2\}, \{3, 3\}\}$, les points d'indices $(1, 0)$ et $(1, 1)$ sont des points cols.

Dans la suite on considère uniquement des tableaux de réels à deux dimensions, non vides, et rectangulaires (toutes les lignes ont la même taille).

1. Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau de réels à 2 dimensions ainsi qu'un indice de ligne i (valide) et qui retourne la valeur minimum sur la ligne i .
2. Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau de réels à 2 dimensions ainsi qu'un indice de colonne j (valide) et qui retourne la valeur maximum sur la colonne j .
3. Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau de réels à 2 dimensions tab ainsi que deux indices i et j et qui retourne un booléen indiquant si (i, j) est un point col.
4. Écrire une fonction qui affiche tous les points cols d'un tableau à deux dimensions passé en paramètre.
5. Déterminer pour un tableau de taille $n \times m$ (n lignes, m colonnes) le nombre de comparaisons effectuées par la fonction précédente.

La méthode précédente n'étant pas très efficace, on propose une autre méthode.

6. Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau de réels à 2 dimensions tab et qui retourne un tableau de booléens à deux dimensions tl de même taille et tel que $\text{tl}[i][j] = \text{true}$ si et seulement si $\text{tab}[i][j]$ est minimum sur la ligne i .
7. Écrire une fonction qui prend en entrée un tableau de réels à 2 dimensions tab et qui retourne un tableau de booléens à deux dimensions tc de même taille et tel que $\text{tc}[i][j] = \text{true}$ si et seulement si $\text{tab}[i][j]$ est maximum sur la colonne j .
8. À partir des deux fonctions précédentes, écrire une fonction qui affiche tous les points cols d'un tableau à deux dimensions passé en paramètre.
9. Déterminer pour un tableau de taille $n \times m$ le nombre de comparaisons effectuées par la fonction précédente.

Le problème de la méthode ci-dessus est qu'elle demande beaucoup de mémoire car on a 3 tableaux de taille $n \times m$ à stocker. Une autre solution consiste à ne stocker en plus de tab qu'un tableau de n réels tabMin et un tableau de m réels tabMax , contenant respectivement les valeurs minimums des lignes et les valeurs maximums des colonnes.

10. Donner une condition nécessaire et suffisante impliquant tabMin et tabMax , pour que (i, j) soit un point col.
11. En utilisant cette condition, écrire une fonction qui affiche tous les points cols d'un tableau à deux dimensions passé en paramètre.
12. Déterminer pour un tableau de taille $n \times m$ le nombre de comparaisons effectuées par la fonction précédente.